

## 数 学

植物生命科学科, 応用生物化学科	300 点
森林科学科, 食料生産環境学科	
動物科学科	
共同獣医学科	200 点

9 時 30 分 ~ 11 時 30 分 (120 分)

### 注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、[1] から [5] までの計 5 問です。[1] から [5] までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は 5 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後、問題冊子及び解答用紙の表紙は持ち帰りなさい。

1

次の問いに答えよ。

- (1) 実数  $x, y$  が,  $x > 0, y > 0, 2x + y = 1$  を満たすとき,  $xy$  のとりうる値の最大値を求めよ。また、そのときの  $x, y$  の値を記せ。
- (2)  $0 < \alpha < \pi, 0 < \beta < \pi, \tan \alpha = \frac{2}{5}, \tan \beta = -\frac{3}{7}$  のとき,  $\tan(\alpha - \beta)$  の値を求めよ。さらに、 $\alpha - \beta$  の値を求めよ。
- (3) 等比数列  $\{a_n\}$  の初項から第 6 項までの和が 9 であり、かつすべての自然数  $n$  に対して  $a_n + 4a_{n+2} = 4a_{n+1}$  が成り立つとき、この等比数列の初項と公比を求めよ。

**2** 100枚のカードに1から100までの整数が1枚につき1つずつ書かれている。

この100枚のカードを次のようにして3つの箱A, B, Cに分けて入れる：

- ・3で割り切れる奇数が書かれたカードはすべて箱Aに入る。
- ・3で割り切れない偶数が書かれたカードはすべて箱Bに入る。
- ・箱Aにも箱Bにも入れられなかったカードはすべて箱Cに入る。

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 箱Aから無作為に取り出した1枚のカードに書かれている数が7の倍数である確率を求めよ。
- (2) 箱Aと箱Bからそれぞれ1枚ずつカードを無作為に取り出すとき、取り出された2枚のカードに書かれている数の積が49の倍数である確率を求めよ。
- (3) 箱A, 箱B, 箱Cからそれぞれ1枚ずつカードを無作為に取り出すとき、取り出された3枚のカードに書かれている数がすべて7の倍数である確率を求めよ。

3

座標空間内の3点  $A(6, -2, 9)$ ,  $B(4, -6, 3)$ ,  $C(3, -1, 7)$ について、次の問い合わせに答えよ。

- (1)  $\triangle ABC$  は直角三角形であることを示せ。
- (2) 3点  $A$ ,  $B$ ,  $C$  は、平面  $ABC$  上のある正六角形の頂点である。この正六角形の、 $A$ ,  $B$ ,  $C$  以外の3つの頂点の座標をすべて求めよ。

4

$f(x) = x^3 + 5x^2 - 3x - 9$  とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 $(-3, 0)$ を通り曲線 $y = f(x)$ に接する直線と、曲線 $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積を求めよ。
- (2) 点 $(-3, 0)$ と点 $(-1, f(-1))$ を通る直線と曲線 $y = f(x)$ のすべての交点の $x$ 座標をそれぞれ求めよ。
- (3) 方程式 $f(x) = m(x + 3)$ が 3 つの相異なる整数解をもつような定数 $m$ の値をすべて求めよ。

**5** 不等式

$$(\log_x 9 - 1) \log_3 y + \log_3 x \leq \left( \log_3 \frac{y}{x} + 2 \right) \log_x y$$

を満たすような  $x, y$  について、次の問いに答えよ。

- (1)  $\log_3 x = A$  とするとき、 $\log_x 9$  を  $A$  で表せ。さらに  $\log_3 y = B$  とするとき、 $\log_3 \frac{y}{x}$  および  $\log_x y$  をそれぞれ  $A, B$  で表せ。
- (2) 点  $(x, y)$  の存在する範囲を  $xy$  平面上に図示せよ。